

Proportionnalité

Je vais apprendre à

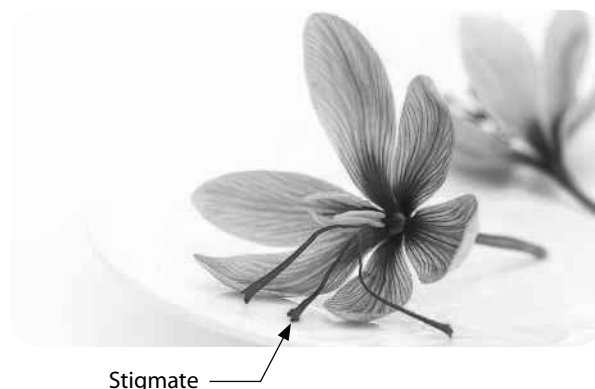
- Traiter des problèmes relatifs à deux suites de nombres proportionnelles
- Traiter des problèmes de pourcentage de la vie courante et professionnelle

Je démarre

Pour chaque question, cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s).

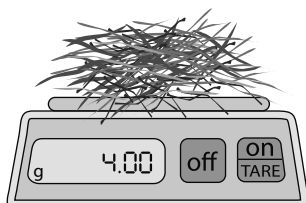
Le safran est une épice très chère, issue de la fleur de crocus.

Chaque fleur de crocus contient trois stigmates (filaments rouges) de safran.

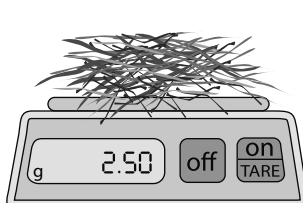


- 1) Pour 10 fleurs de crocus, le nombre de stigmates est de :
☐ 10 ☐ 20 ☐ 30
- 2) Pour 45 stigmates, on obtient 0,1 g de safran. Pour avoir 1 g de safran, il faut :
☐ 450 stigmates ☐ 150 fleurs de crocus ☐ 150 stigmates
- 3) Un gramme de safran coûte en moyenne 35 €. Le prix du kilogramme de safran est de :
☐ 350 € ☐ 35 000 € ☐ 3 500 €
- 4) L'ensemble des trois stigmates s'appelle un pistil. Avec 60 fleurs de crocus, on obtient :
☐ 60 pistils ☐ 20 pistils ☐ 180 pistils
- 5) Avec 900 stigmates, on obtient 2 g de safran.
 Dans quelle(s) situation(s) cette même proportion est-elle respectée ?

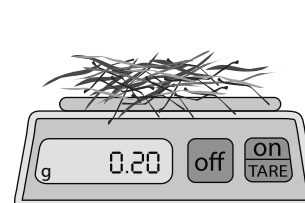
1 800 stigmates


☐

1 000 stigmates


☐

90 stigmates


☐

Activité 1

Traiter une situation de proportionnalité

Ça va sauter !

Théo décide de faire des crêpes pour son anniversaire. Il trouve une recette avec des proportions pour 20 crêpes, mais il souhaite en faire deux fois plus. Il pense démarrer la cuisson des crêpes une heure et demie avant de partir pour son match de foot.

A-t-il suffisamment d'ingrédients et de temps pour faire ses crêpes ?



S'approprier

- 1 Donner le nombre de crêpes que Théo souhaite faire. $20 \times 2 = 40$, soit 40 crêpes.

Réaliser

- 2 Le tableau suivant donne les quantités d'ingrédients pour 20 crêpes.
- a. Donner la valeur du coefficient de proportionnalité et compléter la deuxième ligne du tableau (pour 40 crêpes).

	Farine (en g)	Œufs	Lait (en cL)	Sucre (en cs*)	Huile (en cs*)
20 crêpes	300	4	60	1	2
40 crêpes					
.....		6			

*cs : cuillère à soupe

- b. Théo s'aperçoit qu'il n'a que 6 œufs. Il faut donc adapter les proportions.
Compléter la dernière ligne du tableau.

MÉTHODE

Pour trouver les valeurs manquantes, il faut utiliser la méthode du **produit en croix**.

Par exemple, pour trouver la quantité de farine, le produit en croix donne $6 \times \frac{300}{4}$, soit 450 g de farine pour 6 œufs.

300	4
450	6

- 3 Théo a estimé à environ 2 min le temps de cuisson d'une crêpe. Calculer le temps de cuisson nécessaire pour la cuisson de 30 crêpes. Présenter les résultats sous la forme d'un tableau.

.....	
.....	

Valider/Communiquer

- 4 a. Théo peut-il faire 40 crêpes comme il le souhaitait ? Justifier.

- b. A-t-il suffisamment de temps pour cuire ses crêpes ? Justifier.

Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsqu'on peut calculer un qui permet de passer d'une grandeur à l'autre. Pour traiter une **situation de proportionnalité**, on peut utiliser le coefficient de proportionnalité ou le

Activité 2 Utiliser et calculer des pourcentages

Réfléchir avant d'acheter !

Camille reçoit les deux offres promotionnelles différentes ci-contre. Elle pense que l'offre n° 1 est plus intéressante pour elle, sachant qu'elle dépense 70 € en produits alimentaires.

A-t-elle raison ?

5 € OFFERTS
en bon d'achat
tous les 50 € d'achat !

Offre n° 1

6 %
de remise
sur tous vos achats !
(remise sous forme
de bon d'achat)

Offre n° 2

Analyser-Raisonner

- 1 Quel est le point commun entre ces deux offres ?

Réaliser

- 2 On considère l'offre n° 1. Compléter le tableau suivant.

Montant de l'achat (en €)	40	50	60	70	80	90	100
Montant du bon d'achat (en €)							

- 3 Quel est le montant du bon d'achat reçu par Camille ?

- 4 Compléter le tableau de proportionnalité à l'aide du produit en croix (arrondir à 0,01).

Prix initial (en €)	70	100
Économie (en €)	5	

Le nombre trouvé correspond au **pourcentage de réduction**, il est égal à

- 5 On considère maintenant l'offre n° 2. Pour calculer le montant de la remise, on multiplie le montant de l'achat par le pourcentage de réduction. Compléter le tableau suivant.

 $6\% = \frac{6}{100} = 0,06$

Montant de l'achat (en €)	40	50	60	70	80	90	100
Montant du bon d'achat (en €)							

- 6 Quel est le montant du bon d'achat de Camille ?

Valider/Communiquer

- 7 Résumer les deux offres pour 70 € d'achat en complétant.

a. Offre n°1 : bon d'achat de €, soit % d'économie.

b. Offre n°2 : bon d'achat de €, soit % d'économie.

- 8 Camille a-t-elle raison ? Justifier.

.....

Un **pourcentage** exprime une quantité par rapport à

Appliquer un **pourcentage** à un nombre, c'est ce nombre par le pourcentage.

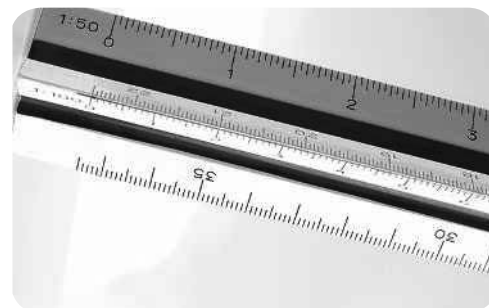
Activité 3

Utiliser une échelle

Kutch ou pas ?

Pour ses dessins techniques, Romain utilise très souvent l'échelle 1:50. Sa collègue lui conseille d'acheter un kutch : c'est une règle où sont indiquées les mesures à l'échelle voulue.

Avec cet outil, peut-il rapidement construire un rectangle de 3 m sur 1 m 50 à l'échelle 1:50 ?



Analyser-Raisonner

1 Cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s).

L'échelle 1:50 signifie que 1 cm sur le dessin représente en réalité :

- ☐ 50 m ☒ 50 cm ☒ 0,5 m

Réaliser

L'échelle 1:50 est une échelle de réduction. Les mesures réelles ont été réduites : elles ont été divisées par 50, c'est-à-dire multipliées par $\frac{1}{50}$.

2 Compléter :

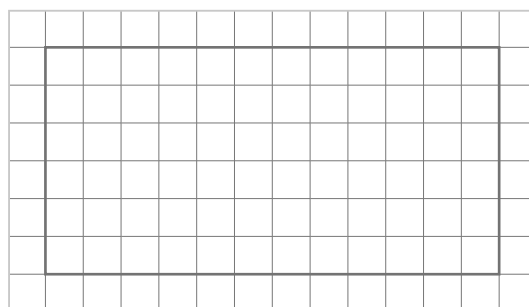
- a. la deuxième ligne du tableau suivant en convertissant.
b. la troisième ligne du tableau en appliquant le coefficient de proportionnalité.

	Mesures réelles (en m)	0,5	2,5	5	7,5	10	15
$\times \frac{1}{50}$	Mesures réelles (en cm)	50	250	500	750	1 000	1 500
	Mesures sur le plan (en cm)	1	5	10	15	20	30

3 Reporter les mesures réelles (en m) sur cette règle graduée en cm.



4 Construire ci-contre le rectangle de 3 m sur 1 m 50 à l'échelle 1:50.



Valider/Communiquer

5 Pourquoi le kutch est-il pratique ?

Romain n'a plus besoin de faire des calculs : la règle...
permet de reporter les valeurs réelles avec l'échelle...
souhaitée.

Les mesures réelles et les mesures sur un plan sont deux grandeurs proportionnelles.

Le coefficient de proportionnalité représente l'échelle.

Une échelle de réduction s'écrit sous la forme d'une fraction ayant pour numérateur 1.

Exemple : l'échelle « un millième » peut s'écrire $\frac{1}{1\,000}$; $\frac{1}{1\,000}$ ou 1:1 000.

Activité 4

Utiliser le tableur pour calculer des prix

Une grille de tarifs

M. Dujardin vend des pommes aux tarifs suivants :

- 1,10 € le kilogramme pour moins de 10 kg (vente au kg) ;
- remise de 20 % entre 10 et 45 kg (vente par multiple de 5 kg) ;
- 0,60 € le kilogramme pour 50 kg et plus (vente par multiple de 10 kg).

Il souhaite informer les clients du prix de son produit avec des tableaux. Est-ce une bonne idée ?



S'approprier

- 1 Compléter le tableau et indiquer par une phrase comment évolue le prix avec la quantité.

	Entre 1 et 9 kg	Entre 10 et 45 kg	50 kg et plus
Prix au kg (en €)	1,10	$1,10 \times 20/100 = 0,22$ $1,10 - 0,22 = 0,88$	0,60

Le prix diminue lorsque la quantité augmente.

Réaliser

- 2 Ouvrir le fichier fourni. On considère d'abord le premier tableau.
- a. Cocher la bonne réponse. En B3, la formule à saisir pour calculer le prix de 1 kg est :
- ☐ =1,10
 ☒ =B2*1,10
 ☐ =1*1,10
 ☐ =B2+1,10
- b. Saisir la formule choisie, puis la copier sur l'ensemble des autres cellules du tableau.
- 3 On considère maintenant le deuxième tableau. Compléter la première ligne de ce tableau.
- 4 a. Cocher la bonne réponse. En B7, la formule à saisir pour calculer le prix de 10 kg de pommes est :
- ☐ =0,88
 ☒ =B6*0,88
 ☐ =10*0,88
 ☐ =B6*0,22
- b. Saisir la formule choisie, puis la copier sur l'ensemble des autres cellules du tableau.
- 5 On considère enfin le troisième tableau. Compléter ce tableau.

Valider/Communiquer

- 6 Pour chaque tableau, donner le coefficient de proportionnalité. À quoi correspond-il ?
- 1,10 ; 0,88 et 0,60. Ces nombres correspondent au prix du kilogramme de pommes.
- 7 Quel est l'intérêt de la présentation sous forme de tableau ?
- Elle permet d'indiquer des montants pour des quantités différentes, en fonction du prix au kg.

Le tableur permet de calculer rapidement des prix en copiant une formule comportant un coefficient de proportionnalité.

Je fais le bilan

Je retiens l'essentiel

- Lorsqu'on passe d'une grandeur à une autre en multipliant par un même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**, alors les deux grandeurs sont **proportionnelles**.
 - Si l'on connaît trois valeurs sur quatre, alors la quatrième valeur est appelée « **quatrième proportionnelle** ».
- Exemple** : Léa a acheté deux caisses pour 30 €. Combien aurait-elle payé pour 5 caisses ?

Nombre de caisses	2	5
Prix (en €)	30	y

Quatrième proportionnelle

La méthode du **produit en croix** donne : $2 \times y = 5 \times 30$ soit $y = 150/2 = 75$; soit 75 € pour 5 caisses.

- Un **pourcentage** se note $p\%$ ou $\frac{p}{100}$. Pour calculer $p\%$ d'une quantité, on **multiplie** cette quantité par $\frac{p}{100}$.
- Exemple** : Un fromage contient 30 % de matières grasses. Une portion de 20 g de fromage contient : $20 \times \frac{30}{100} = 6$, soit 6 g de matières grasses.
- Une **échelle** indique la valeur du coefficient de proportionnalité entre la mesure réelle et la mesure sur le plan.
- Exemple** : l'échelle « un dixième », notée 1:10 ou 1/10, signifie que 1 cm sur le plan représente en réalité 1×10 , soit 10 cm.

Je teste mes acquis

Cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s).

- Une échelle de 1:20 signifie que 1 cm sur le plan représente en réalité :
☒ 20 cm ☐ 20 m ☒ 0,2 m
- Le produit en croix appliqué au tableau ci-contre donne :
☒ $y = 42 \times 10/5$ ☐ $y = 42 \times 5/10$ ☐ $y = 5 \times 10/42$

5	10
42	y
- Un fromage blanc contient 80 % d'eau. Dans un pot de 500 g de fromage blanc, la masse d'eau est de :
☐ 420 g ☒ 400 g ☐ 100 g
- L'indication $\frac{50 \text{ m}}{1}$ signifie que l'échelle est égale à :
☐ $\frac{1}{50}$ ☐ $\frac{1}{500}$ ☒ $\frac{1}{5000}$
- Une réduction de 20 % sur un article coûtant 100 € représente :
☐ 2 € ☒ 20 € ☐ 80 €
- À l'unité, un timbre « lettre verte » coûte 0,80 €. Un carnet de 12 timbres coûte :
☐ 12,80 € ☐ 8 € ☒ 9,60 €
- Pour passer de la première à la deuxième ligne du tableau ci-contre, le coefficient de proportionnalité est :
☒ 3 ☐ 4 ☐ 5

7	12
21	36

J'applique

Repérer une situation de proportionnalité

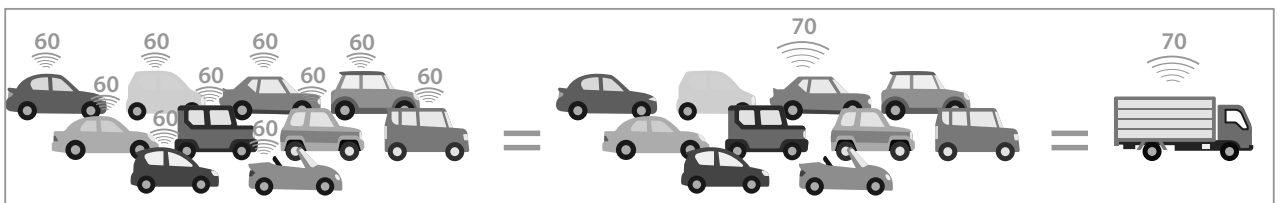
- 1 Le tableau suivant indique la quantité de jus d'oranges pressées obtenu en fonction du nombre et de la masse d'oranges.

Quantité de jus (en L)	0,5	1	2	5	10
Masse d'oranges (en kg)	1,250	2,5	5	12,5	25
Nombre d'oranges	8	16	32	80	160

Indiquer si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse.

1. La quantité de jus est proportionnelle au nombre d'oranges. *Vrai*.....
2. La quantité de jus est proportionnelle à la masse d'oranges. *Vrai*.....
3. Le nombre d'oranges n'est pas proportionnel à la masse d'oranges. *Faux*.....

- 2 Le bruit généré par les transports, en décibels (dB), peut être illustré de la manière suivante.



1. Une voiture seule génère 60 dB. Relever sur le schéma le niveau de bruit produit par 10 voitures.

70 dB.....

2. Le niveau de bruit est-il proportionnel au nombre de voitures ? Justifier.

Non, car s'il était proportionnel, pour 10 voitures, on devrait obtenir $60 \times 10 = 600$ dB,.....

Traiter un problème de proportionnalité

- 3 Une entreprise du bâtiment propose la rénovation de murs au prix de 55 € TTC le m².

1. Indiquer les deux grandeurs proportionnelles.

Le prix à payer et la surface à rénover.....

2. Calculer le prix à payer pour rénover 16 m² de murs.

$55 \times 16 = 880$ €.....

- 4 Une coccinelle mange 80 pucerons par jour.

1. Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

Nombre de coccinelles	1	5	10	12	20	50
Nombre de pucerons	80	400	800	960	1 600	4 000

2. Pour 20 coccinelles, calculer le nombre de pucerons mangés en 10 jours.

En 1 jour, 20 coccinelles mangent 1 600 pucerons.....

En 10 jours, 20 coccinelles mangent donc 16 000 pucerons....



- 5 Voici la photo aérienne d'un champ où sont implantées trois éoliennes :



- Mesurer la distance entre chaque éolienne. $AB = 5 \text{ cm}$ $BC = 5 \text{ cm}$
- À quoi correspond 1 cm sur la carte en réalité ? 1 cm sur la carte représente 80 m en réalité.....
- Cocher la bonne réponse. L'échelle de la carte est :
☐ $\frac{1}{80}$ ☐ $\frac{1}{800}$ ☒ $\frac{1}{8\,000}$ ☐ $\frac{1}{80\,000}$

4. a. Compléter le tableau de proportionnalité suivant et expliquer le calcul.

Distance sur le plan (en cm)	1	5	On passe de 1 à 80 en multipliant par 80.....
Distance réelle (en m)	80	400	donc $5 \times 80 = 400$

- b. En déduire la distance réelle entre deux éoliennes : 400 m.....

5. Afin d'éviter les perturbations, chaque éolienne doit être placée à au moins 200 m d'une autre éolienne. Cette règle est-elle respectée ? Justifier.

La règle est respectée puisque la distance entre deux éoliennes est de 400 m, valeur bien supérieure...
à la limite fixée de 200 m.....

Traiter des problèmes de pourcentage

- 6 En fin d'année scolaire, on mesure la réussite des élèves aux examens en donnant un taux de réussite sous forme de pourcentage. En juin 2018, 10 élèves sur 16 ont obtenu le CAP.
Calculer le taux de réussite à l'aide du tableau suivant. Expliquer le calcul effectué pour déterminer la quatrième proportionnelle.

Nombre d'élèves reçus	10	62,5	Le produit en croix donne : $10 \times 100 / 16 = 62,5$
Nombre total d'élèves	16	100	

Le taux de réussite est de : 62,5 %.....

- 7 Alice effectue son stage dans le service comptable de l'entreprise d'informatique Pixel à Montpellier.

Elle doit envoyer une facture à la médiathèque municipale d'Arles pour l'achat de 5 ordinateurs portables à 579,90 € l'unité, 2 imprimantes multifonctions à 109,90 € l'unité et 3 écrans LCD à 459 € l'unité. Les prix indiqués sont des prix HT (hors taxes).

Ouvrir le fichier fourni, puis modifier le modèle afin d'éditer une facture pour la médiathèque d'Arles.



- 8** Une entreprise réalise des ventes par téléphone. Chaque jour, 45 employés de cette entreprise peuvent contacter en moyenne 675 clients.

L'entreprise constate qu'en moyenne, pour 75 personnes appelées, 3 acceptent d'acheter le produit proposé. Son objectif est de réaliser 30 ventes par jour.

L'entreprise se demande si elle a besoin d'embaucher des personnes supplémentaires.

1. Compléter le tableau de proportionnalité suivant.

Nombre de personnes appelées	75	675
Nombre de ventes réalisées	3	27

2. Avec 45 employés, l'objectif de vente est-il atteint ? Non

3. Calculer le nombre d'appels par employé.

Comme 45 employés appellent 675 clients, on a $675/45 = 15$ appels par employé.....

4. En déduire le nombre d'appels à prévoir en plus, puis le nombre de personnes à embaucher.

Il manque 3 ventes, donc 75 appels.....

Pour réaliser les 75 appels manquants, il faut donc $75/15 = 5$ personnes en plus.....

L'entreprise devra embaucher 5 personnes pour atteindre son objectif de vente.....

- 9** L'*Hermione*, navire de guerre français, a été construit au XVIII^e siècle à Rochefort (Charente-Maritime). Une réplique de ce navire a vu le jour en 2014 grâce à une association.

C'est un voilier dont les dimensions sont :

hauteur : 54 m ; largeur : 11,20 m et longueur : 65 m.

Le Salon de la maquette souhaite exposer un modèle

réduit de l'*Hermione* mais son transport impose une contrainte de hauteur : elle ne doit pas dépasser 2,20 m.

Le responsable décide donc de fixer la hauteur du modèle réduit à 2,16 m.

1. Calculer l'échelle du modèle réduit.

$\frac{2,16}{54} = \frac{1}{25}$. L'échelle est égale à 1:25.....

2. En déduire les deux autres dimensions du modèle réduit.

Largeur : $11,20/25 = 0,448$ m..... Longueur : $65/25 = 2,60$ m.....



- 10** Mme Martin est pensionnaire d'une maison de retraite. Avant les vacances de Noël, un goûter est organisé avec les enfants de l'école voisine. Pour les boissons, Mme Martin prépare à l'avance une boisson au sirop de framboise.

Elle souhaite préparer 20 L de sirop de cette boisson.

Sur une bouteille de sirop de 1 L, on peut lire les indications suivantes :

- 1 volume de sirop pour 4 volumes d'eau
- Agiter avant emploi.
- Pour 1 L de sirop, vous disposez de 5 L de boisson !

J'approfondis

1. Compléter le tableau suivant.

Volume de sirop pur (en L)	1	2	3	5	6	8
Volume de boisson prête à boire (en L)	5	10	15	25	30	40

2. Peut-on dire que le volume de boisson et le volume de sirop pur sont des grandeurs proportionnelles ? Justifier.

Oui, car on passe du volume de sirop pur au volume de boisson en multipliant par 5, valeur du coefficient de proportionnalité.

3. En déduire le nombre de bouteilles de sirop que Mme Martin doit prévoir.

Elle doit acheter $20/5 = 4$ bouteilles de sirop.

Calcul numérique



+ de calculs
en ligne

→ lienmini.fr/2375-06



Effectuer des opérations sur les nombres en écriture décimale

→ Fiche 1, p. 185

11 Compléter chaque tableau avec la valeur de la quatrième proportionnelle (par calcul mental ou avec la calculatrice).

4,1	0,6
8,2	1,2

3,3	6
1,1	2

0,4	4,2
4	42

3	0,5
12	2

100	0,1
500	0,5

2,5	3,5
5	7

3,1	1,1
9,3	3,3

150	600
25	100

1	2,5
20	50

Multiplier un nombre par une fraction

→ Fiche 10, p. 189

12 Calculer la valeur des expressions suivantes en donnant le résultat sous forme de fraction, puis sous forme décimale.

a. $4 \times \frac{25}{100} = \frac{100}{100} = 1$

d. $90 \times \frac{30}{100} = \frac{2700}{100} = 27$

b. $12 \times \frac{20}{100} = \frac{240}{100} = 2,40$

e. $15 \times \frac{70}{100} = \frac{1050}{100} = 10,5$

c. $60 \times \frac{40}{100} = \frac{2400}{100} = 24$

f. $8 \times \frac{25}{100} = \frac{200}{100} = 2$

Je m'évalue

Nom :

Prénom :

Date :

Problématique

Amir, élève de CAP, a trouvé un stage de 4 semaines dans la restauration.

Il a décidé d'utiliser le train pour se rendre sur son lieu de stage. Deux propositions s'offrent à lui.

– Proposition 1 : le train coûte 8 € par trajet (un aller-retour est équivalent à deux trajets).

– Proposition 2 : après acquisition d'une carte Jeune, vendue 50 € et valable un an, le tarif de chaque trajet est réduit de 40 %.

Quelle est la formule la plus avantageuse pour Amir ?



1 Indiquer l'avantage que donne la carte Jeune sur le tarif des billets de train.

La carte Jeune permet de bénéficier d'une réduction de 40 % sur le prix des billets de train.....

A Étude de la proposition 1

On étudie la proposition 1, sans la carte Jeune.

2 Calculer le coût d'un aller-retour.

8×2 , soit 16 €, pour un aller-retour.....

3 Compléter le tableau de proportionnalité suivant.

Nombre d'allers-retours	1	2	5	20
Coût (en €)	16	32	80	320

B Étude de la proposition 2

On étudie maintenant la proposition 2, avec la carte Jeune.

4 Calculer le tarif d'un aller-retour avec la réduction de 40 %.

$16 \times 40/100 = 6,40$ € $16 - 6,40 = 9,60$ €.....

5 Justifier le fait que le prix d'un aller-retour avec l'achat de la carte Jeune coûte 59,60 €.

9,60 € correspond au prix d'un aller-retour avec la réduction obtenue seulement si l'on achète la carte Jeune, qui coûte 50 €, donc $50 + 9,60 = 59,60$ €.....

6 Sachant que la carte Jeune ne s'achète qu'une seule fois, donner le prix de deux allers-retours en cochant la bonne réponse.

☐ 119,20 €

☐ 32 €

☒ 69,20 €

7 Ouvrir une feuille de calcul et recopier la capture d'écran suivante.

	A	B	C	D	E	F
1	Nombres d'allers-retours	2	5	10	15	20
2	Prix (en €)					

- 8 Saisir la formule $=9,60*B1+50$ dans la cellule B2, puis copier la formule sur l'ensemble des autres cellules de la ligne 2.



Appel : Faire vérifier le tableau.

- 9 Relever le coût de 20 allers-retours.

Le prix de 20 allers-retours sera de 242 €.

C Comparaison des deux propositions

- 10 Amir va travailler du mardi au samedi, soit 5 jours par semaine.

a. En déduire le nombre total de jours de stage.

$5 \times 4 = 20$ jours de stage.

b. En déduire le nombre d'allers-retours dont Amir aura besoin.

Il doit faire un aller-retour par jour, soit 20 allers-retours pour les 4 semaines de stage.

- 11 Comparer le coût de 20 allers-retours avec les deux propositions.

Proposition 1 : 320 €

Proposition 2 : 242 €

La première proposition coûte plus cher que la deuxième.

- 12 Dans ces conditions, Amir doit-il acheter la carte Jeune ? Justifier.

Oui, car cela lui revient moins cher.

Grille d'évaluation

			Niveau d'acquisition conforme aux attendus		
Compétences	Capacités	Questions	✓	✓	✓
S'approprier	• Rechercher, extraire et organiser l'information.	1 et 10			
Analyser Raisonner	• Émettre une conjecture, une hypothèse. • Proposer une méthode de résolution, un protocole expérimental.	5			
Réaliser	• Choisir une méthode de résolution, un protocole expérimental. • Exécuter une méthode de résolution, expérimenter, simuler.	2, 3, 4, 6, 7, 8 et 10			
Valider	• Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. • Critiquer un résultat, argumenter.	9, 11 et 12			
Communiquer	• Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.	5 et 12			

Note : / 10