

Résolution graphique d'équations et d'inéquations

Nous allons voir comment : ✓ Résoudre graphiquement des équations de la forme $f(x) = g(x)$ ✓ Résoudre graphiquement des inéquations de la forme $f(x) > g(x)$

Vol en parapente

Élias et Jimmy sont des adeptes du vol en parapente. Ils se sont lancé un défi : celui qui aura le plus grand temps de vol à une altitude supérieure à l'autre aura gagné.

La courbe verte ci-dessous représente l'altitude d'Élias et la rouge celle de Jimmy.

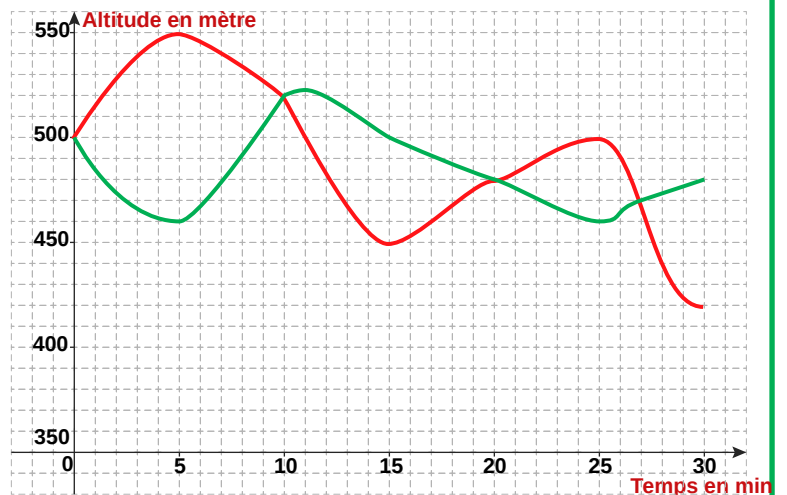


1. Parapente au départ

Vent : Sud Sud-Ouest
Vitesse du vent : 35 km/h
Pression atmosphérique : 1013 hPa

2. Bulletin météo

Qui de Élias ou de Jimmy a gagné le défi ?



3. Courbe représentant l'altitude en fonction du temps

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

.....

.....

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

.....

.....

.....

3 Rédiger la solution

.....

.....

A.

Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = g(x)$

Activité 1

Quel est le seuil de rentabilité d'une entreprise ?

Karim, jeune diplômé, veut créer son entreprise.

Il envisage de lancer une nouvelle gamme de chaises longues.

Karim souhaite connaître le nombre d'articles que son entreprise devra vendre afin de dégager des bénéfices.

Le coût de mise sur le marché est composé du coût de fabrication et du coût de distribution qui dépendent de la quantité d'articles fabriqués.

Ce coût se calcule par la relation $f(x) = 1,5x^2 + x + 300$,

avec x appartenant à l'intervalle $[0 ; 35]$.

Le prix de vente est fixé à 50 € par article . Il est modélisé par

$$g(x) = 50x.$$



S'approprier

1. Indiquer s'il y a perte ou bénéfice pour les nombres d'articles suivants :

1 article

10 articles

30 articles



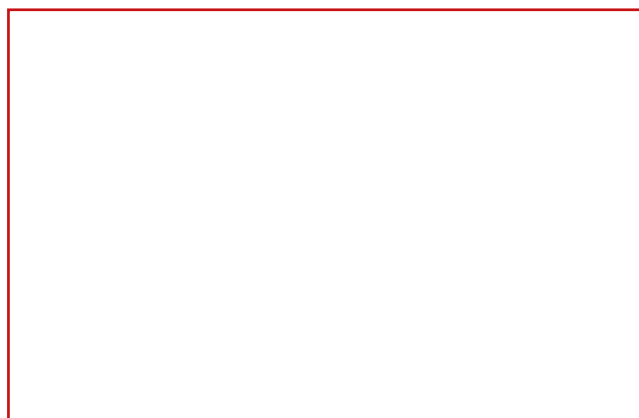
L'entreprise dégager un bénéfice lorsque le prix de vente est supérieur au coût de mise sur le marché.

Réaliser

2. Utiliser geogebra et tracer la représentation graphique des

fonctions f et g (utiliser les paramètres suivants : $x_{\text{Min}} = -2$; $x_{\text{Max}} = 30$; $y_{\text{Min}} = -2$ et $y_{\text{Max}} = 1300$). faites une copie d'écran

Copie d'écran de geogebra



3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes représentant f et g en utilisant la commande **Intersection(<Objet>, <Objet>)** **Intersection(f, g)**

1^{er} point d'intersection :

.....

2^e point d'intersection :

.....



Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des deux courbes représentant f et g .

Analyser Raisonner

4. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

.....

Communiquer

5. Combien d'articles l'entreprise doit-elle vendre pour réaliser un bénéfice ?

.....

.....



Les fonctions f et g sont égales lorsque $f(x) = g(x)$

Activité 2

Quel est le coût d'une conférence téléphonique ?

Une société de production de contacteurs électriques possède plusieurs usines en France. Afin d'éviter des transports répétitifs, la direction envisage de faire travailler ses ingénieurs en téléconférence. Elle demande à Luc, stagiaire au service des ressources humaines, de comparer les tarifs de deux sociétés de conférences téléphoniques :

– la **société A** dont le coût à la minute par participant est donné par la

$$\text{relation } f(x) = \frac{-80}{x+10} + 10 ;$$

– la **société B** dont le coût à la minute par participant est donné par la relation $g(x) = 0,03x + 4$. x est la durée de la conférence en minutes et appartient à l'intervalle $[0 ; 200]$.

Luc veut savoir quel est le tarif le plus intéressant sachant que la durée moyenne des conférences est de 80 minutes.

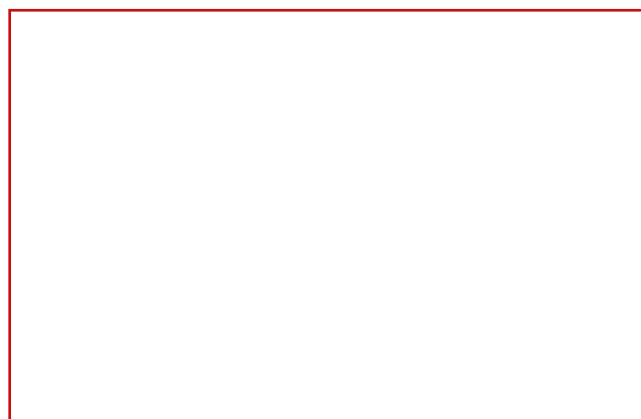


Réaliser

A. Utilisation d'un logiciel

1. Ouvrir le fichier « conference » où se trouve la représentation graphique de la fonction f . Tracer sur la grille repère la représentation graphique de la fonction g .
2. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ en lisant les coordonnées des points d'intersection des deux courbes.

Copie d'écran de geogebra



3. Interpréter ces coordonnées.

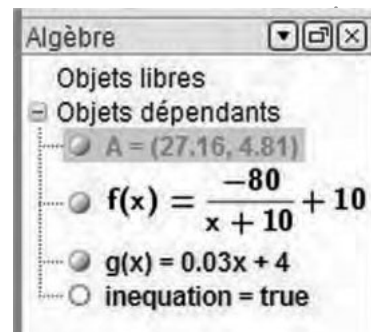
4. Avec l'icône **Nouveau point**, placer un point A sur la droite représentant la fonction g . Dans la partie **Saisie**, écrire **inequation** $f(x(A)) > g(x(A))$ puis faire **Entrée**.

- a. Déplacer le point A sur la droite et indiquer pour quel intervalle l'inéquation $f(x) > g(x)$ est vérifiée.

- b. En déduire à quel intervalle appartient x si $f(x) \leq g(x)$.

C. Choix de la société de conférence téléphonique

Quelle est la société que Luc va choisir pour les conférences téléphoniques ?



➔ Une fonction f est supérieure à une fonction g si la courbe représentative de f est au-dessus de la courbe représentative de g .

Bilan

A. Résolution graphique d'une équation $f(x) = g(x)$

- Les fonctions f et g ont respectivement pour courbes représentatives C_f et C_g .
- Les fonctions f et g sont égales si $f(x) = g(x)$. Les solutions de cette équation sont les abscisses des points d'intersections des courbes C_f et C_g .

MÉTHODE

Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$

Soient les fonctions $f(x) = x + 2$ et $g(x) = x^2$ définies sur l'intervalle $[-2 ; 2]$.

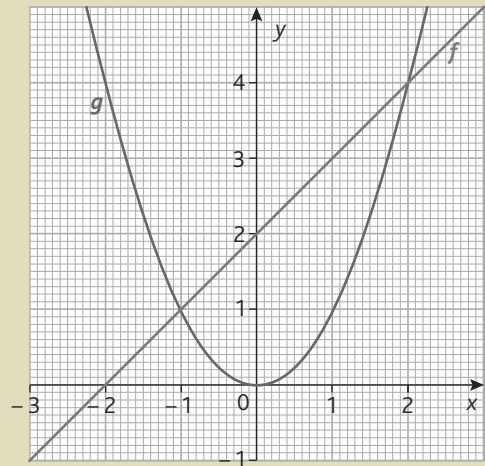
Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles $f(x) = g(x)$.

Démarche

- Tracer les courbes représentatives des fonctions f et g .
- Résoudre $f(x) = g(x)$ (rechercher les abscisses des points d'intersection des deux courbes)

Solution

- Les deux courbes se coupent en deux points.
Les solutions sont :
 $x = -1$ et $x = 2$



B. Résolution graphique d'une inéquation $f(x) \geq g(x)$

- Les fonctions f et g ont respectivement pour courbes représentatives C_f et C_g .
- La fonction f est supérieure ou égale à la fonction g si $f(x) \geq g(x)$. Les solutions de cette inéquation sont les abscisses de tous les points de la courbe C_f qui ont une ordonnée supérieure ou égale aux points de la courbe C_g pour les mêmes abscisses.

MÉTHODE

Résoudre graphiquement $f(x) \geq g(x)$

Soient les fonctions $f(x) = -x^2 - 2x + 1$ et $g(x) = x^2 + 2x + 1$ définies sur l'intervalle $[-3 ; 1]$.

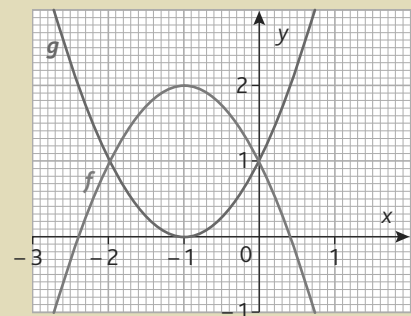
Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles $f(x) \geq g(x)$.

Démarche

- Tracer les courbes représentatives des fonctions f et g .
- Résoudre $f(x) \geq g(x)$ (rechercher tous les points de la courbe C_f situés au-dessus de ceux de C_g)

Solution

- Les solutions sont les abscisses des points de C_f situés au-dessus de C_g .
- Les solutions de $f(x) \geq g(x)$ sont les nombres de l'intervalle $[-2 ; 0]$.



Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$

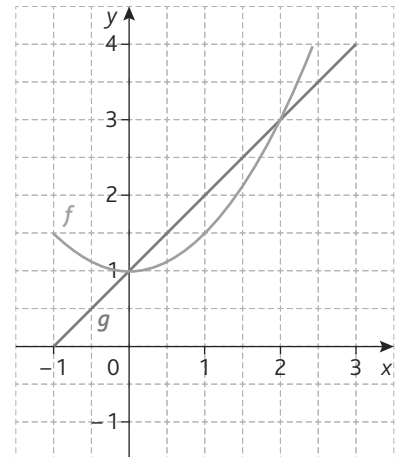
On considère deux fonctions f et g dont les représentations graphiques sont données ci-contre.

a. Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$.

☐ $x = 1$ et $x = 3$ ☒ $x = 0$ et $x = 2$ ☐ $x = -1$ et $x = 2$

b. Résoudre graphiquement $f(x) \leq g(x)$.

☐ $]0 ; 2[$ ☐ $[1 ; 3]$ ☒ $[0 ; 2]$



2 Résoudre graphiquement $f(x) > g(x)$

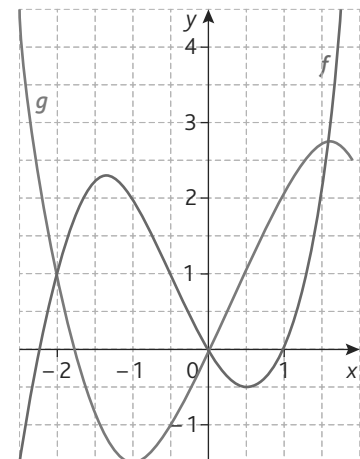
On considère deux fonctions f et g dont les représentations graphiques sont données ci-contre.

a. Parmi les inégalités suivantes, indiquez celles qui sont vraies.

☒ $f(-1) > g(-1)$ ☒ $f(1) < g(1)$ ☐ $f(0,5) > g(0,5)$

b. Résoudre graphiquement $f(x) \geq g(x)$.

☐ $]-2 ; 0[$ ☒ $[-2 ; 0]$ ☐ $[0 ; 1,5]$



Acquérir des automatismes

3 Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = k$

 **Fiche méthode p. 138**

On considère la fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-contre.

1. Résoudre $f(x) = 1$ les solutions sont $x = -1$ et $x = 3$

2. Résoudre $f(x) = -4$ Pas de solution

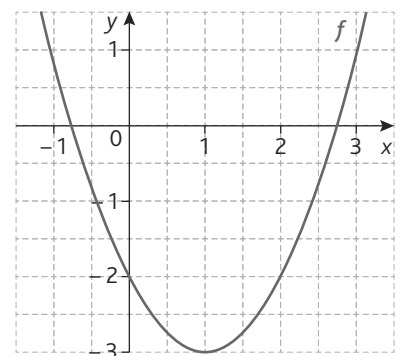
3. Résoudre $f(x) = -3$ la solution est $x = 1$



+ d'automatismes en ligne

→ lienmini.fr/10491-QCM4





4 Résoudre une inéquation du premier degré

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $x - 3 < -2$ $x < 1$

2. $2x + 1 > 5$ $x > 2$

S'entraîner

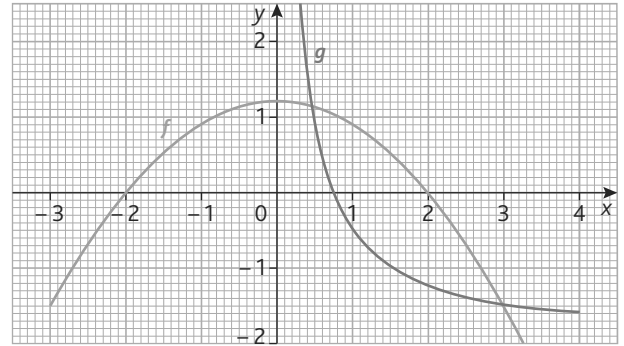
- 5** Deux fonctions f et g sont représentées ci-contre.

1. Résoudre graphiquement $f(x) \geq 0$.

$f(x) \geq 0$ pour $-2 \leq x \leq 2$.

2. Résoudre graphiquement $f(x) \geq g(x)$.

$f(x) \geq g(x)$ pour $0,5 \leq x \leq 3$.



- 6** 1. En utilisant la calculatrice, tracer la parabole d'équation $y = x^2$ et la droite d'équation $y = 2x - 1$.

2. Résoudre graphiquement l'inéquation : $x^2 \geq 2x - 1$.

$x^2 \geq 2x - 1$ pour toutes les valeurs de x .



- 7** La fonction f est définie par $f(x) = \frac{3}{x}$.

1. En utilisant le mode TABLE de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs ci-contre.

x	0,5	1	1,5	2	3
$f(x)$	6	3	2	1,5	1

2. Représenter graphiquement f sur l'intervalle $[0,5 ; 3]$ en utilisant le mode GRAPH de la calculatrice.

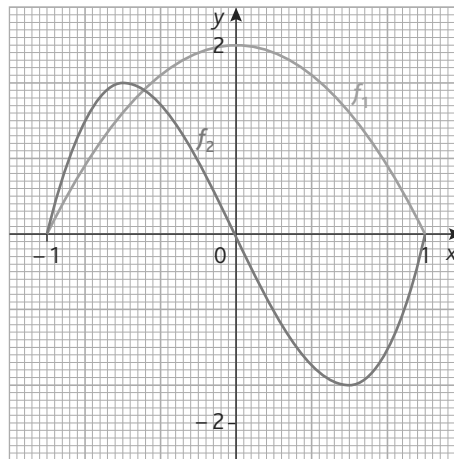
3. Sur le même écran, représenter la fonction g telle que $g(x) = 3x$.

4. Résoudre graphiquement l'inéquation $\frac{3}{x} \leq 3x$.

L'inéquation est vérifiée pour $x \geq 1$



- 8** Les fonctions f_1 et f_2 sont définies sur l'intervalle $[-1 ; 1]$ par les courbes ci-dessous.



1. Résoudre les équations suivantes :

$f_1(x) = 0$ $x = -1$ et $x = 1$

$f_2(x) = 0$ $x = -1 ; x = 0$ et $x = 1$

$f_1(x) = f_2(x)$ $x = -1 ; x = -0,5$ et $x = 1$

2. Résoudre les inéquations suivantes :

$f_1(x) \geq 0$ Les solutions appartiennent à l'intervalle $[-1 ; 1]$

$f_2(x) > 0$ Les solutions appartiennent à l'intervalle $]-1 ; 0[$

$f_1(x) > f_2(x)$ Les solutions appartiennent à l'intervalle $]-0,5 ; 1[$

S'entraîner

9

Les fonctions f et g définies par $f(x) = 2x^3$ et $g(x) = 2x + 1$ sont représentées ci-contre.

On note x la solution de l'équation $f(x) = g(x)$.

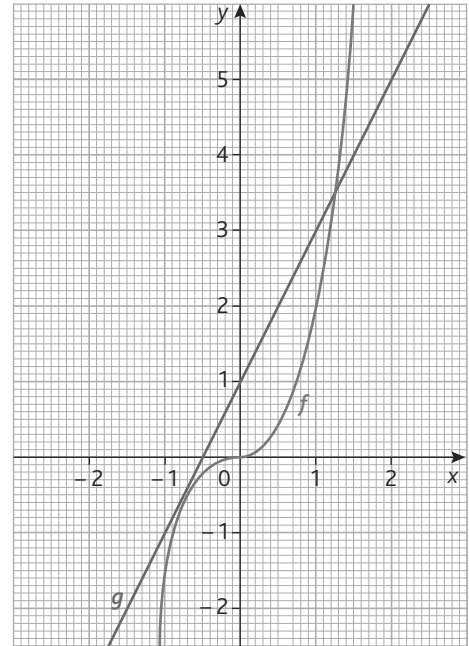
1. Déterminer par lecture graphique un encadrement par deux nombres entiers de la valeur de x .

$1 < x < 2$

2. La fonction f est-elle supérieure ou inférieure à la fonction g sur l'intervalle $[0 ; x]$?

La fonction f est inférieure à la fonction g

$f < g$



Utiliser l'algorithmique et la programmation

10

Une approximation de la valeur x de la solution de l'équation $f(x) = g(x)$ est déterminée à l'aide d'un algorithme par balayage. Les fonctions f et g sont celles de l'exercice précédent.

1. On considère l'algorithme et le script Python ci-dessous.

Définir la fonction $f(x)$
Définir la fonction $g(x)$

$x \leftarrow 1$
Répéter Tant que $f(x) < g(x)$:
 $x \leftarrow x + 0,1$
Fin de Tant que
Afficher x

```
1 def f(x):
2     y=2*x**3
3     return y
4 def g(x):
5     y=2*x+1
6     return y
7 x=1
8 while f(x)<g(x):
9     x=x+0.1
10 print("la solution est x=",x)
11
```

2. Expliquer le rôle de la boucle « Tant que »

Tant que les valeurs de $f(x)$ sont inférieures à celles de $g(x)$,

x augmente de 0,1 à chaque répétition pour effectuer le calcul de $f(x)$ et de $g(x)$.

3. Ouvrir le fichier « equation-fonctions ». Exécuter le programme et donner la valeur de x .

$x = 1,2$

4. Que faut-il modifier à l'algorithme pour avoir une valeur plus précise de la solution de l'équation $f(x) = g(x)$?

Il faut modifier le pas et le remplacer par 0,01 puis 0,001, etc.

5. Modifier le programme afin d'obtenir une valeur de x avec une précision de cinq chiffres après la virgule. Donner la valeur obtenue.

$x = 1,19149$



Fichier à télécharger

→ lienmini.fr/10491-equation-fonctions



L'instruction **while condition** répète le traitement suivant tant que la condition n'est pas réalisée.

TUTO

Écrire un programme avec Python

→ lienmini.fr/10491-tuto1

