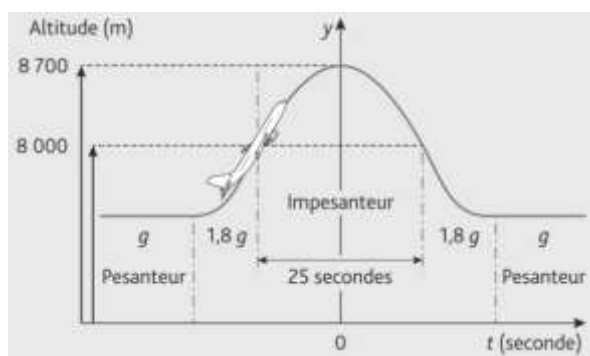


CHAPITRE 8: LES FONCTIONS POLYNOMES DU SECOND DEGRE

Vol parabolique

Damien souhaite réaliser un vol parabolique à bord d'un A300 ZERO-G. Il voudrait connaître la trajectoire que suit l'avion durant la phase d'impesanteur.

L'Airbus A300 ZERO-G (pour gravité zéro) du CNES est un avion aménagé pour effectuer des vols paraboliques. L'avion impose à ses occupants des séquences répétées : d'hypergravité, de microgravité et de gravité normale.



Pendant la phase de microgravité, l'avion effectue un vol parabolique. La parabole représentant l'altitude en fonction du temps passe par les points :

$A(0 ; 8700)$, $B(-12,5 ; 8000)$, $C(12,5 ; 8000)$

Problématique : Par quelle fonction Damien peut-il modéliser la parabole décrite par l'avion ?

Rechercher, extraire et organiser les informations.

a. L'équation de la forme parabolique a pour forme :

$\square f(t) = b$

$\square f(t) = at^2 + b$

$\square f(t) = at + b$

b. Compléter le tableau à l'aide de la représentation graphique

t	-12,5		12,5
$f(t)$		8700	

Choisir et exécuter une méthode de résolution.

La fonction est de type :

La valeur du coefficient b de $f(t)$:

La valeur du coefficient a :

Rédiger la solution

I. Visualiser les solutions de l'équation $f(x) = 0$:

Activité 1 : Quelle inclinaison pour des panneaux solaires.

Pour l'arrosage d'une partie de son exploitation agricole, Yves utilise l'eau de son puits, captée par une pompe hydraulique. Cette pompe est alimentée en énergie grâce à des panneaux solaires et consomme 2 000 kWh par an. La quantité d'énergie, E en kWh, reçue annuellement par les capteurs solaires installés sur le site du puits est donnée par la relation :

$$E = -0,2x^2 + 16x + 1\,860$$

où x désigne l'inclinaison en degrés par rapport à l'horizontale. On souhaite déterminer les inclinaisons qui permettent de recevoir une quantité d'énergie égale à 2 000 kWh.



1. Calculer, en kWh, la quantité d'énergie reçue pour une inclinaison de 45°

.....

.....

2. Montrer que trouver l'inclinaison qui permet de recevoir 2000 kWh revient à résoudre l'équation :

$$-0,2x^2 + 16x - 140 = 0$$

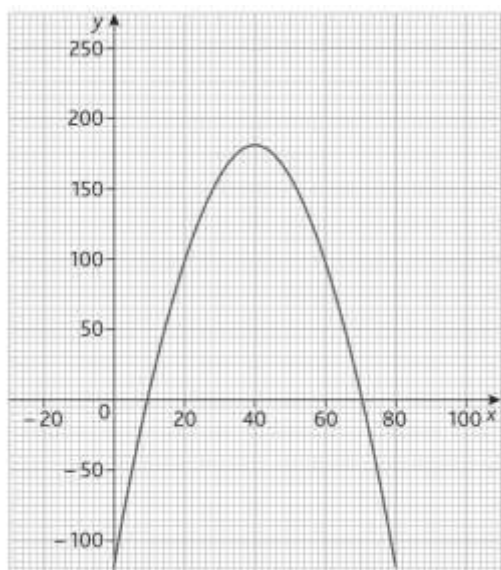
.....

.....

.....

.....

3 La représentation graphique de la fonction f définie



MÉTHODE

Visualiser les solutions de l'équation $f(x) = 0$

- Tracer la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$
- Lire les abscisses des points d'intersection de la courbe avec l'axe horizontal (suivant le nombre de points d'intersection, l'équation peut avoir : 2, 1 ou 0 solutions)

4. Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $-0,2x^2 + 16x - 140 = 0$

.....

5. En déduire les inclinaisons qui permettent aux capteurs de recevoir 2000 kWh par an.

.....

.....

II. Factoriser un polynôme de degré 2

Activité 2 : Quel est le bénéfice réalisé ?

Léon est un artisan verrier. Il réalise des pièces de collection en verre soufflé et vend toute sa collection en ligne. En analysant le coût de production et le chiffre d'affaires, le comptable détermine le bénéfice obtenu par la vente de x pièces par la relation suivante :

$$B(x) = -0,7x^2 + 60,9x - 392.$$

$B(x)$ est en euros et $0 \leq x \leq 80$.

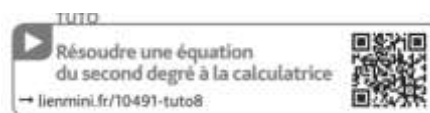


1. Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 80]$ par :

$$f(x) = -0,7x^2 + 60,9x - 392.$$

Compléter le tableau suivant

x	0	10	20	40	80
$f(x)$		147			



2. Utiliser votre calculatrice pour résoudre $f(x) = 0$.

[FONC1_tuto_résolution_equation_polynome_casio.mp4](#)

3. A partir de quel nombre de pièces le bénéfice est-il positif ?

4. Afficher sur l'écran de la calculatrice la représentation graphique de la fonction f .

5. Déterminer les coordonnées du sommet S de la parabole obtenue.

6. Montrer que la fonction f passe par un maximum pour $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$

8. En déduire le nombre de pièces à réaliser pour obtenir un bénéfice maximum.

MÉTHODE

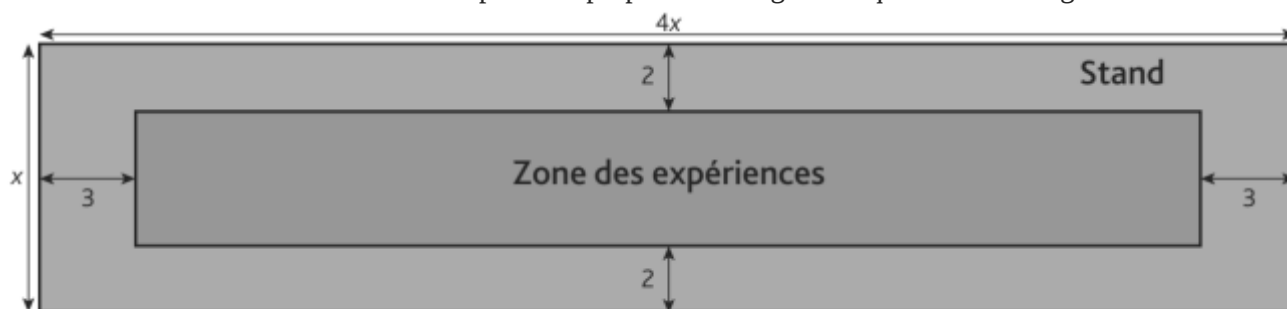
Factoriser un polynôme de degré 2

- Lire le coefficient a de l'expression développée $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- Déterminer, si elles existent, les racines x_1 et x_2 de f .
- Écrire l'expression factorisée : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

III. Donner l'allure de la représentation graphique

Activité 3 : Donner l'allure de la représentation graphique.

Pour leur participation à la fête de la science, les élèves d'une classe de bac pro, en collaboration avec la municipalité de la ville, ont obtenu une place dans un local prêté pour cette manifestation. Les élèves ont besoin d'un emplacement avec une zone « expériences » de 120 m² et d'une zone de circulation pour les visiteurs comme indiqué sur le schéma ci-dessous. La mairie leur demande de respecter la proportion : longueur = quatre fois la largeur.



Les cotes sont en mètres

Les élèves cherchent à déterminer la surface du stand qu'ils doivent demander à la mairie.

1. La longueur de la zone des expériences peut s'exprimer en fonction de x par la relation : $L = 4x - 6$.

Montrer que l'expression $A(x)$ de l'aire de la zone des expériences peut s'écrire :

$$A(x) = (4x - 6)(x - 4).$$

2. Ouvrir le fichier « [fete.xls](#) ». Sur la feuille de calcul figurent en ligne 1 différentes valeurs de x .

Dans la cellule B2 saisir l'expression $= (4*B1-6)*(B1-4)$ et compléter le tableau de valeurs suivant :



x	0	1	2	3	4	5	6	7	8		10
$A(x)$										150	

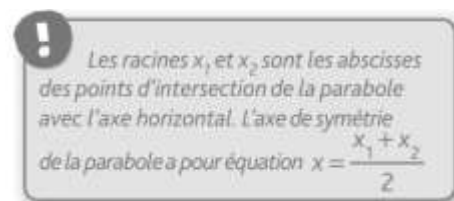
3. Sélectionner les lignes 1 et 2 du tableur et représenter graphiquement A en fonction de x .

4. Déterminer graphiquement la valeur de x telle que l'aire $A(x)$ de la zone des expériences soit égale à 120 m².

5. En déduire les dimensions nécessaires de la surface du stand.

6. a. Lire les racines du polynôme $A(x)$.

6. b. En déduire l'axe de symétrie de la parabole.



A retenir

I) Fonction polynôme de degré 2

• Une fonction polynôme f de degré 2 est définie par :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

où a , b et c sont des nombres réels avec $a \neq 0$. Il s'agit de la forme développée de f .

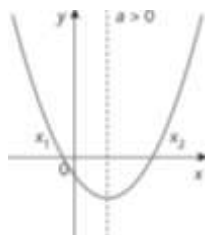
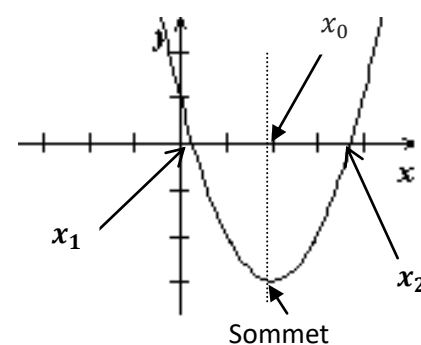
II) Représentation graphique et racines de f

• La représentation graphique d'une fonction du second degré est une parabole.

• Les racines x_1 et x_2 sont les abscisses des points d'intersections de la parabole avec l'axe des abscisses.

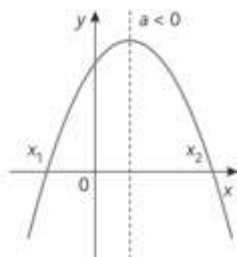
• L'abscisse du sommet est $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$

• Si le signe du coefficient a est positif ($a > 0$), le tableau de variations et la représentation graphique de la fonction f ont l'allure suivante :



$a > 0$	
x	x_0
f	minimum

• Si le signe du coefficient a est négatif ($a < 0$), le tableau de variations et la représentation graphique de la fonction f ont l'allure suivante :



$a < 0$	
x	x_0
f	maximum

III) Forme factorisée du polynôme

Le polynôme sous forme factorisée $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ a deux racines x_1 et x_2 .

Exercices d'applications

Exercice 1:

On considère les fonctions f et g telles que :

$$f(x) = 3(x - 2)(x + 1)$$

$$g(x) = -2(x - 1)^2$$

a. Déterminer les racines de $f(x)$.

☐ -1

☐ 1

☐ 2

b. Déterminer les racines de $g(x)$.

☐ -2

☐ 3

☐ 1

Exercice 2 :

La fonction f définie par $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ est représentée par la parabole ci-contre.

a. Déterminer les racines de f .

☐ -3

☐ 0

☐ 1

b. Combien de solutions admet l'équation : $-x^2 - 2x + 3 = 5$?

☐ 1

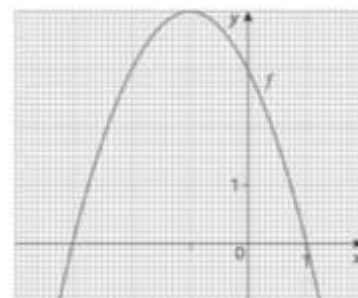
☐ 0

☐ aucune

c. Utiliser le graphique ci-contre pour résoudre l'équation $f(x) = 3$.

☐ -2

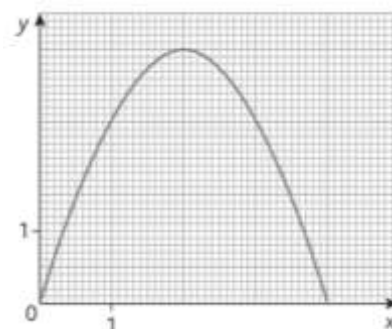
☐ -1

☐ 0


Exercice 3:

1) Dresser le tableau de variations de la fonction f définie sur $[0 ; 4]$ par la courbe représentative ci-contre.

x	
Variation de f	



2) Utiliser la courbe représentative de la fonction f ci-dessus pour résoudre les équations :

a) $f(x) = 0 : x = \dots \dots \dots$ ou $x = \dots \dots \dots$

b) $f(x) = 3,5 : x = \dots \dots \dots$

c) $f(x) = 5 : \dots \dots \dots$