

Fonction dérivée – Fonction inverse

Vous allez apprendre à...

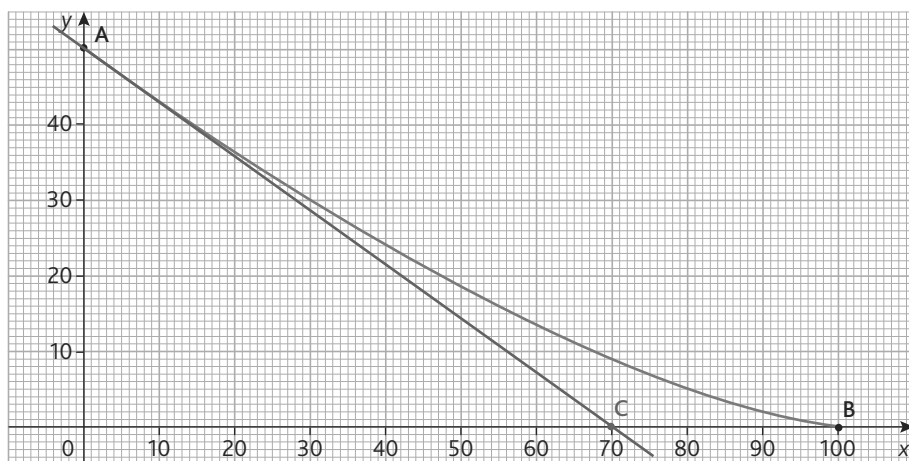
- ✓ Construire la tangente à la courbe représentative d'une fonction f .
- ✓ Déterminer le nombre dérivé d'une fonction f .
- ✓ Écrire l'équation réduite de la tangente à une courbe.
- ✓ Utiliser les formules et les règles de dérivation.
- ✓ Étudier, sur un intervalle donné, les variations d'une fonction.
Dresser son tableau de variations.
- ✓ Étudier la fonction inverse.

INVESTIGATION

Tremplin de ski

En vacances à la montagne, Boris veut essayer le saut à ski. Bon skieur, il utilise fréquemment les pistes noires. Il se demande si la pente du tremplin est comparable à celle d'une piste noire.

Quelle est la pente exprimée en pourcentage de la partie la plus pentue (au point A) du tremplin olympique ?



3. Profil du tremplin olympique



1. Tremplin olympique

Couleurs	Pente
	Inférieur à 16%
	Inférieur à 27%
	Inférieur à 47%
	Jusqu'à 57%

$$\text{Pente en \%} = \frac{y}{x} \times 100$$

2. Difficultés des pistes

1

Rechercher, extraire et organiser les informations

.....

2

Choisir et exécuter une méthode de résolution

.....

.....

3

Rédiger la solution

.....

Quelle est la vitesse de la télécabine ?

Pour accéder aux pistes de ski, Boris utilise une télécabine. Il se demande comment augmente la vitesse pendant la phase de démarrage.

Le technicien sur place lui dit que l'accélération de la cabine est de $1,6 \text{ m/s}^2$.

La distance d (en m) parcourue en fonction du temps t (en s) est donnée par la relation :

$$d = \frac{a}{2} t^2 \text{ soit } d = 0,8 t^2.$$

Pour connaître à chaque instant la position et la vitesse de la cabine, on trace la représentation graphique de $d = f(t)$.



S'approprier

A. Tracé de la représentation graphique

- Ouvrir le logiciel GeoGebra. Dans la partie **Saisie**, écrire l'équation : $y = 0,8x^2$.

Quel type de courbe obtient-on ?



La tangente en un point d'une courbe est la position limite des sécantes passant par ce point.

Réaliser

B. Tracé de la tangente

- Placer le point A d'abscisse $x = 0,5$ sur la courbe. Tracer des droites sécantes à la courbe passant par le point A qui approchent au mieux la courbe.

- Écrire dans la partie **Saisie** : **Tangente [A,c]**. Que constatez-vous ?



Le coefficient directeur de la droite tangente à la courbe au point A d'abscisse x_A est le nombre dérivé noté $f'(x_A)$.

- Placer les points B et C d'abscisses respectives $x = 1$ et $x = 2$ puis tracer les droites tangentes en ces points en utilisant : **Tangente [B,b]** et **Tangente [C,c]**.

Communiquer

- Lire dans la partie Algèbre les coefficients directeurs des tangentes dont les équations sont sous la forme $y = ax + b$ et compléter le tableau suivant.

Points	A	B	C
Abscisse			
Coefficient directeur			

C. Détermination de la vitesse

Utiliser les coefficients directeurs obtenus pour déterminer la vitesse de la télécabine pendant la phase de démarrage.

Au bout de $0,5 \text{ s}$:

Au bout de 1 s :

Au bout de 2 s :

Coller votre figure ici



La vitesse de la cabine est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $d = f(t)$.

Au voisinage d'un point, la tangente est appelée meilleure approximation affine de la courbe.

Comment est formée la surface réfléchissante d'un spot ?

Jean installe des spots lumineux chez lui. Il remarque que la partie réfléchissante est en forme de parabole. Cette surface réfléchissante n'est pas lisse, elle est obtenue par une succession de petites surfaces planes. La forme du spot vue en coupe peut se modéliser par la fonction f définie par $f(x) = x^2$ dont la représentation graphique est une parabole. Les petites surfaces lisses correspondent à des portions de tangentes à la courbe. Sur le graphique ci-dessous sont tracées les représentations graphiques de f et ses tangentes aux points A, B, C et D.



Vue en coupe du spot

S'approprier

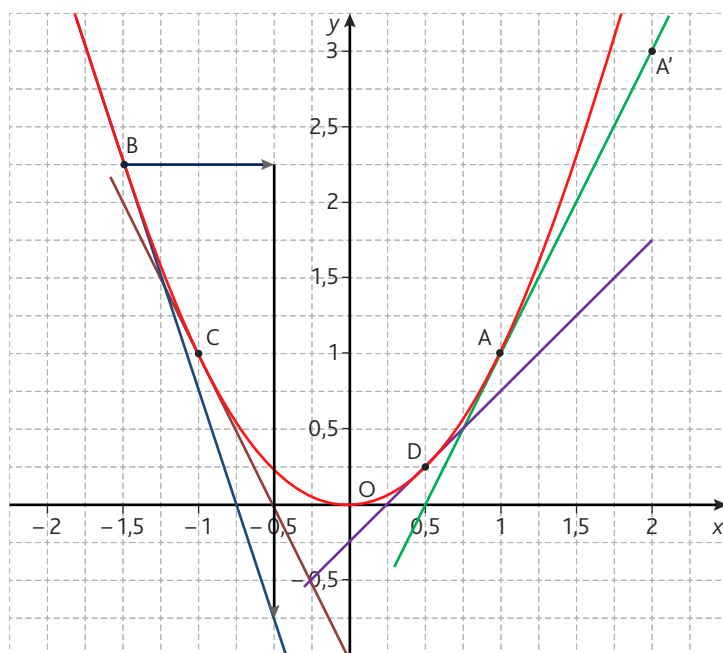
A. Détermination du nombre dérivé en $x = 1$ à partir des coordonnées de deux points

1. Lire sur le graphique ci-contre les coordonnées des points A et A' appartenant à la tangente à la courbe en A.

2. Noter le nombre d'unités qui séparent les deux points horizontalement et verticalement.

3. Déterminer le nombre dérivé au point A en utilisant :

$$f'(x_A) = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$



Réaliser

Analyser Raisonner

B. Détermination du nombre dérivé par lecture directe

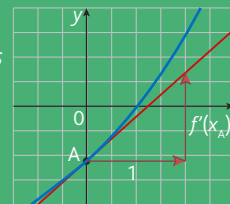
Déterminer graphiquement les nombres dérivés de la fonction f aux points B, C et D en utilisant la méthode ci-contre et en complétant le tableau ci-dessous.

Points	Nombre dérivé
B	
C	
D	

MÉTHODE

Lire graphiquement le nombre dérivé

- Tracer la tangente au point considéré.
- Se déplacer horizontalement d'une unité vers la droite à partir du point considéré.
- Puis se déplacer verticalement vers le haut ou vers le bas en comptant le nombre d'unités pour rejoindre la tangente.
- Le nombre d'unités verticales est le nombre dérivé.
- Si le déplacement est vers le bas, le nombre dérivé est négatif.

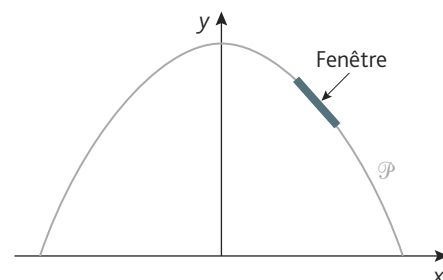


Le coefficient directeur de la droite tangente à la courbe en un point A d'abscisse x_A est le nombre dérivé noté $f'(x_A)$.

Où placer les fenêtres sur la façade ?

Le volume de la maison est engendré par la rotation de la courbe $\mathcal{P}$ autour de son axe de symétrie $[Oy]$. Les dimensions sont en mètres. La courbe $\mathcal{P}$ est définie par la fonction f telle que $f(x) = -0,5x^2 + 5$ sur l'intervalle $[-3,16 ; 3,16]$.

Dans la partie supérieure du dôme sont placées deux fenêtres. Elles sont tangentes au dôme. On veut connaître l'équation des tangentes correspondant à ces fenêtres.



Réaliser

A. Utilisation du graphique

La fonction f est représentée sur le graphique ci-dessous.

Une fenêtre est placée au point A d'abscisse $x = -2$

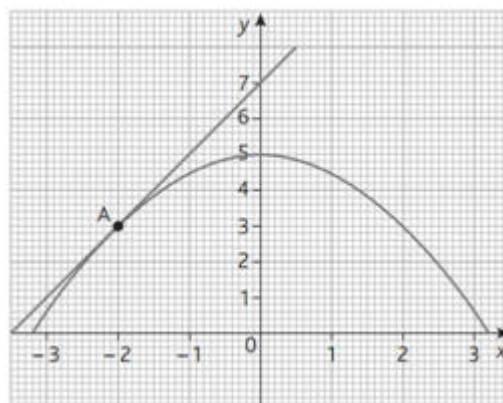
1. En utilisant la méthode de l'activité 2, déterminer le nombre dérivé au point A.

2. Écrire l'équation de la tangente

$y = f'(x_A)x + b$ en remplaçant

$f'(x_A)$ par sa valeur.

3. Calculer b en utilisant les coordonnées du point A.



Communiquer

4. Écrire l'équation de la tangente à la courbe en $x = -2$.

! La tangente à la courbe C représentative d'une fonction f au point A d'abscisse x_A a pour équation :
 $y = f'(x_A)x + b$

Réaliser

B. Utilisation de la calculatrice

Une autre fenêtre est placée au point d'abscisse $x = 1$.

1. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentant la fonction f en $x = 1$ en utilisant la méthode ci-dessous.

TUTO



Afficher l'équation de la tangente à la calculatrice

lienmini.fr/10491-tuto9



MÉTHODE

➔ Déterminer l'équation de la tangente à une courbe à la calculatrice

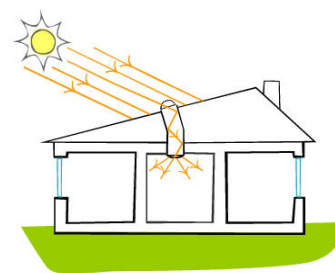
Suite d'opérations	CASIO	TEXAS
• Entrer l'expression de la fonction.	MENU GRAPH EXE Taper l'expression sur la ligne Y1=..... puis EXE	f(x) Taper l'expression sur la ligne Y1=.....
• Tracer le graphique.	F6 (DRAW)	graphe
• Tracer la tangente.	SHIFT MENU SETUP Sélectionner (Derivative) F1 (On)	2nde Prgm DESSIN
• Lire l'équation de la tangente	EXE EXE F4 F2 (Tang) 1 EXE EXE	sélectionner 5 : Tangente (1 entrer)

2. Écrire l'équation de la tangente à la courbe en $x = 1$

L'équation de la tangente en A à la courbe représentative de la fonction f est de la forme $y = ax + b$ avec $a = f'(x_A)$

Quel est l'éclairement produit par le puits de lumière ?

Yannis veut éclairer le salon de sa maison avec la lumière naturelle du soleil. Il cherche donc à installer un puits de lumière. L'éclairement conseillé pour un salon est de 200 lux. Yannis veut étudier les variations de cet éclairement. L'éclairement E (en lux) fourni par ce dispositif est donné en fonction du diamètre x (en cm) par la relation : $E = 0,08x^2$.



Fichier à télécharger

lienmini.fr/10491-puits-lumiere

Réaliser

A. Détermination de la dérivée de la fonction f telle que $f(x) = x^2$

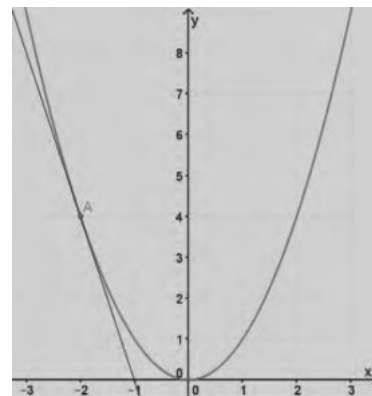
1. Ouvrir le fichier « puits-lumiere » pour afficher la représentation graphique de la fonction f .

Placer le point A d'abscisse $x = -2$.

Dans la zone de saisie, écrire : `Tangente[A,c]`.

2. Déplacer le point A le long de la courbe.

Compléter le tableau ci-dessous en lisant dans la partie **Algèbre** le coefficient directeur des tangentes à la parabole en différents points A d'abscisse x_A .



x_A : abscisse du point A	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f'(x_A)$: coefficient directeur							

Analyser
Raisonner

3. Parmi les propositions suivantes, quelle est l'expression de la fonction dérivée de $f(x) = x^2$?

☐ $f'(x) = x + 2$

☐ $f'(x) = 2x$

☐ $f'(x) = x^2$

B. Détermination de la fonction dérivée de $f = k \times u$

L'expression $f(x) = 0,08x^2$ est de la forme $f(x) = k \times u(x)$ avec $k = 0,08$ et $u(x) = x^2$.

1. Utiliser la méthode ci-dessous pour calculer les nombres dérivés de la fonction et compléter le tableau.

MÉTHODE

Déterminer un nombre dérivé avec une calculatrice

Démarche	CASIO	TEXAS
Placer la calculatrice en mode RUN.	<code>MENU</code> , <code>RUN</code> , <code>EXE</code>	
Afficher le calcul des dérivées.	<code>OPTN</code> , <code>CALC</code> , <code>d/dx(</code>	<code>math</code> <code>nbreDérivé(</code> , <code>entrer</code>
Entrer l'expression de la fonction et la valeur de x .	<code>0.08x^2</code> , <code>-3</code> , <code>EXE</code>	<code>0.08x^2</code> , <code>×</code> , <code>-3</code> , <code>entrer</code>
Lire la valeur du nombre dérivé.	$f'(-3) = \dots$	$f'(-3) = \dots$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f'(x)$							

! La fonction dérivée, notée f' associée à tout nombre x , le nombre dérivé $f'(x)$.

Analyser
Raisonner

2. Parmi les propositions suivantes, quelle est l'expression de la dérivée de la fonction $f : f(x) = 0,08x^2$?

☐ $f'(x) = 0,08x$

☐ $f'(x) = 0,08x^2$

☐ $f'(x) = 0,16x$

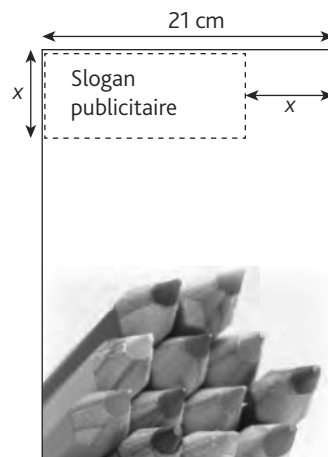
La dérivée de la fonction carré définie par $f(x) = x^2$ est $f'(x) = 2x$.

Comment répartir l'espace sur une affiche publicitaire ?

Marvin, étudiant en école de communication, doit réaliser une page de publicité à partir d'une feuille A4. L'aire de la partie consacrée à l'image s'exprime (en cm^2) par la relation :

$$f(x) = x^2 - 21x + 623,7.$$

Marvin remarque que cette expression représente la somme de la fonction « carré » (x^2) et d'une fonction affine ($-21x + 623,7$). Il voudrait déterminer la dérivée de cette somme de fonctions.



S'approprier

A. Détermination de la dérivée d'une fonction affine

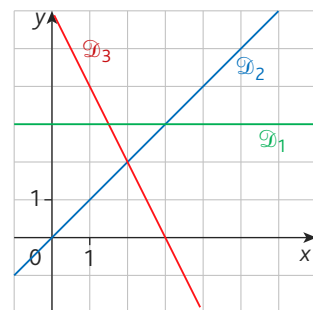
Afin de déterminer la dérivée de la fonction définie par l'expression $(-21x + 623,7)$, Marvin commence par déterminer la dérivée de fonctions affines simples. Les droites $\mathcal{D}_1$, $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_3$ du graphique ci-dessous représentent respectivement les fonctions affines f_1 , f_2 et f_3 .

1. Déterminer le coefficient directeur de chacune des droites.

$$a_1 = \dots\dots\dots; a_2 = \dots\dots\dots; a_3 = \dots\dots\dots.$$

2. Écrire les expressions des fonctions :

- $f_1(x) = \dots\dots\dots$
- $f_2(x) = \dots\dots\dots$
- $f_3(x) = \dots\dots\dots$



Analyser
Raisonner

3. Les droites et leurs tangentes sont confondues en tous points. En déduire les expressions des fonctions dérivées.

$$f'_1(x) = \dots\dots\dots; f'_2(x) = \dots\dots\dots; f'_3(x) = \dots\dots\dots.$$

4. En déduire l'expression générale de la fonction dérivée d'une fonction affine définie par $f(x) = ax + b$.

$$f'(x) = \dots\dots\dots$$

5. En déduire l'expression de la fonction dérivée de la fonction v telle que $v(x) = -21x + 623,7$.

$$v'(x) = \dots\dots\dots$$

B. Détermination de la dérivée d'une fonction polynôme

L'expression $f(x) = x^2 - 21x + 623,7$ est de la forme $f(x) = u(x) + v(x)$ avec :

$$u(x) = x^2 \text{ et } v(x) = -21x + 623,7.$$

! La dérivée de la fonction affine f telle que $f(x) = ax + b$ est $f'(x) = a$

Réaliser

1. Avec la calculatrice, déterminer les nombres dérivés de la fonction f et compléter le tableau suivant.

x	0	4	6	10	14	18	21
$f'(x)$							

Analyser
Raisonner

2. Parmi les propositions suivantes, choisir l'expression de la fonction dérivée de la fonction définie par :

$$f(x) = x^2 - 21x + 623,7.$$

$$\square f'(x) = 2x^2 - 21$$

$$\square f'(x) = 2x - 21$$

$$\square f'(x) = x - 21$$

3. Exprimer la fonction dérivée de $f = u + v$ en fonction de u' et de v' .

$$f'(x) = \dots\dots\dots$$

La dérivée de la somme $u(x) + v(x)$ a pour expression $u'(x) + v'(x)$.

Quelle altitude atteint la fusée ?

Kadour se passionne pour l'astronomie. Avec ses amis, il fabrique un modèle réduit de fusée. Le vol de cette maquette dure à peu près 20 s. Kadour se demande quelle altitude maximale elle peut atteindre avant de redescendre. Pour cela, il exprime l'altitude h (en mètres) atteinte en fonction du temps t (en secondes) par la relation :

$$h(t) = -2,5t^2 + 50t.$$

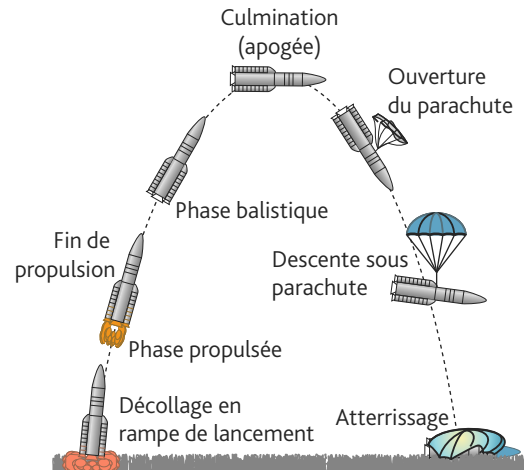
Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 20]$ par :

$$f(x) = -2,5x^2 + 50x.$$

TUTO

Tracer une courbe à la calculatrice

lienmini.fr/10491-tuto4



A. Utilisation de la calculatrice

1. Avec la calculatrice, tracer la représentation graphique de la fonction f .

2. Utiliser cette représentation graphique pour compléter le tableau de variations de la fonction f .

x	0		20
$f(x)$			

3. Quelle est la valeur du maximum de la fonction ?

$f(10) = 250$

B. Utilisation de la dérivée

1. Exprimer la fonction dérivée f' de la fonction f .

.....

2. Afficher sur l'écran de la calculatrice la représentation graphique de la fonction f' .

3. Compléter le tableau de signes de $f'(x)$ ci-contre.

x			
Signe de $f'(x)$			

4. Déterminer sur l'intervalle $[0 ; 10[$:

a. le signe de $f'(x)$

b. le sens de variation de la fonction f

5. Déterminer sur l'intervalle $]10 ; 20]$.

a. le signe de $f'(x)$

b. le sens de variation de la fonction f

6. Quelle est la particularité de la fonction f pour $x = 10$?

7. En déduire l'altitude maximale atteinte par la fusée.

! Si la fonction f présente un maximum pour la valeur x_0 alors $f'(x_0) = 0$

! Une fonction est positive lorsque sa représentation graphique est au-dessus de l'axe horizontal (Ox).

Sur un intervalle donné :

- si la fonction dérivée f' est positive, alors la fonction f est croissante ;
- si la fonction dérivée f' est négative, alors la fonction f est décroissante.

Comment varie la pression de l'air ?

Youri fait un stage de plongée sous-marine. Le moniteur lui dit qu'il faut souffler de l'air en remontant. Youri veut connaître comment évolue le volume d'air dans les poumons pendant la plongée. La capacité totale des poumons est d'environ 6 litres d'air. Le volume d'air dans les poumons, exprimé en litres, varie en fonction de la pression x , exprimée en bars, suivant la relation $v(x) = \frac{6}{x}$



Réaliser

A. Détermination de la fonction dérivée de la fonction f telle que $f(x) = \frac{1}{x}$.

1. Ouvrir le fichier « plongee » pour afficher la représentation graphique de la fonction f . Placer le point A d'abscisse $x_A = 1$ et le point B d'abscisse $x_B = -1$, dans la zone de Saisie écrire : Tangente[A,f] puis Tangente[B,f].

2. Déplacer le point A et B le long de la courbe et compléter le tableau suivant :

x	-2	-1	-0,5
$f'(x_B)$			

x	0,5	1	2
$f'(x_A)$			



Fichier à télécharger

lienmini.fr/10491-plongee

Analyser
Raisonner

3. Choisir l'expression de la fonction dérivée de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x}$.

☐ $f'(x) = x + 2$

☐ $f'(x) = -\frac{x^2}{4}$

☐ $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

B. Étude de la fonction V telle que $V(x) = \frac{6}{x}$ sur l'intervalle $[1, 4]$

1. Dédurre de la question précédente la dérivée de la fonction V .

.....

2. Déterminer le signe de $V'(x)$:

.....

3. Compléter le tableau de variations ci-contre.

4. Comment évolue le volume d'air dans les poumons en fonction de la pression ?

.....



La fonction inverse est la fonction f définie pour tout nombre x différent de zéro par $f(x) = \frac{1}{x}$

Réaliser

Analyser
Raisonner

x		
Signe de $V'(x)$		
Variation de $V(x)$		

C. Interprétation des résultats

1. Lorsque le plongeur remonte à la surface, la pression diminue. Comment évolue le volume d'air contenu dans les poumons ?

.....

2. À 30 m, Youri remplit ses poumons avec de l'air à une pression de 4 bar. Que va-t-il se passer si Youri bloque sa respiration en remontant à la surface ?

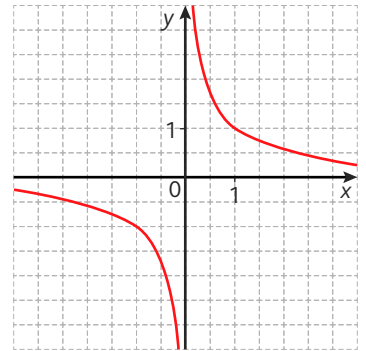
.....

.....

La fonction dérivée de la fonction inverse a pour expression $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

A. Fonction inverse

- La fonction inverse f telle que $f(x) = \frac{1}{x}$ n'est pas définie pour $x = 0$.
- La fonction inverse est décroissante et représentée par une courbe appelée hyperbole.



B. Dérivée d'une fonction

- La courbe $\mathcal{C}$ représentant la fonction f sur un intervalle I admet une seule tangente en un point A . Cette tangente est la meilleure approximation de la courbe par une droite.
- Le nombre dérivé de la fonction f est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse x_A . Il est noté $f'(x_A)$.
- La tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse x_A a pour équation : $y = f'(x_A) \times x + b$
- La fonction dérivée, notée f' , associe à tout nombre x appartenant à l'intervalle I , le nombre dérivé $f'(x)$.
- Le tableau ci-contre donne les fonctions dérivées associées aux fonctions de références, ainsi que les opérations sur ces fonctions dérivables.

Fonction f	Dérivée f'
$ax + b$	a
x^2	$2x$
$\frac{1}{x}$ avec $x \neq 0$	$-\frac{1}{x^2}$ avec $x \neq 0$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a \times u(x)$	$a \times u'(x)$

C. Signe de la dérivée et sens de variation

La fonction f est dérivable sur un intervalle I .

- Si la dérivée f' est positive sur I , alors la fonction f est croissante sur I .
- Si la dérivée f' est négative sur I , alors la fonction f est décroissante sur I .
- Si la fonction f présente un maximum ou un minimum pour la valeur x_0 alors $f'(x_0) = 0$

MÉTHODE

Établir le tableau de variations d'une fonction

Construire le tableau de variations de la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 5x + 4$ sur l'intervalle $[0 ; 5]$.

Démarche

- Exprimer la fonction dérivée f' de la fonction f .
- Déterminer l'abscisse du point maximum ou minimum en résolvant l'équation $f'(x) = 0$.
- Déterminer le signe de la fonction dérivée et en déduire le sens de variation.
- Construire le tableau de variations en ajoutant désormais la ligne du signe de $f'(x)$ et en la complétant.

Solution

- L'expression de la dérivée f' est : $f'(x) = 2x - 5$
- $2x - 5 = 0$ donc $x = 2,5$ lorsque $f'(x) = 0$
- $f'(x)$ est négative sur l'intervalle $[0 ; 2,5]$.
- f est décroissante sur l'intervalle $[0 ; 2,5]$.

x	0	2,5	5
Signe de $f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	4	-2,25	4

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Déterminer un nombre dérivé

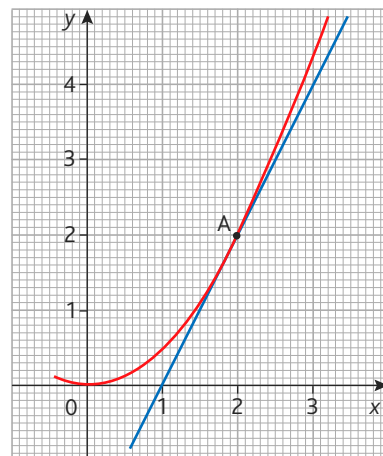
La fonction f est définie par sa représentation graphique ci-contre.

a. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point A.

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3

b. La fonction f a pour expression $f(x) = 0,5x^2$. Déterminer, en utilisant la calculatrice, le nombre dérivé en $x = 0,5$.

☐ 0,5 ☐ 1 ☐ 2



2 Déterminer la dérivée d'une fonction

a. Déterminer la fonction dérivée g' de la fonction g définie sur l'intervalle $[-5 ; 5]$ par $g(x) = 3x + 5$.

☐ $g'(x) = x$ ☐ $g'(x) = 3$ ☐ $g'(x) = 3 + 5$

b. Déterminer la fonction dérivée h' de la fonction h définie sur l'intervalle $[-5 ; 5]$ par $h(x) = 0,5x^2 - 4x$.

☐ $h'(x) = x$ ☐ $h'(x) = x - 4$ ☐ $h'(x) = 2x - 4$

c. Déterminer la fonction dérivée i' de la fonction i définie sur l'intervalle $[1, 5]$ par $i(x) = x + \frac{1}{x}$.

☐ $i'(x) = x + 1$ ☐ $i'(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$ ☐ $i'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

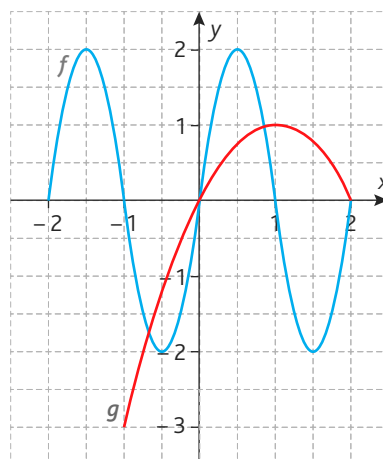
3 Déterminer graphiquement le tableau de variations d'une fonction

Fiche méthode p. 138

Compléter les tableaux de variations des fonctions f et g représentées sur le graphique ci-contre.

x						
Variation de $f(x)$						

x			
Variation de $g(x)$			



4 La représentation graphique de la fonction carré définie par $f(x) = x^2$ sur l'intervalle $[-2 ; 2]$ est donnée ci-contre avec sa tangente au point A.

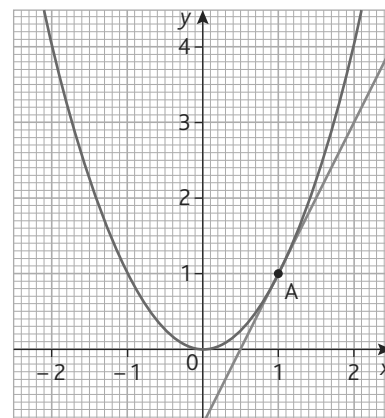
a. Déterminer graphiquement le nombre dérivé de la fonction f au point A d'abscisse $x = 1$:

.....

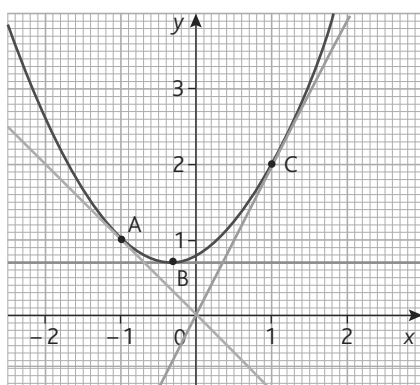
Exercices & Problèmes

- b. Écrire l'équation de la tangente à la courbe représentant la fonction f , sachant que l'équation est de la forme :
 $y = f'(x_A) \times x + b$

.....



- 5 Associer chaque nombre dérivé à sa valeur lue sur le graphique ci-dessous.



$f'(-1) \quad \square$

$\square \quad 0$

$f'(1) \quad \square$

$\square \quad -1$

$f'(-0,3) \quad \square$

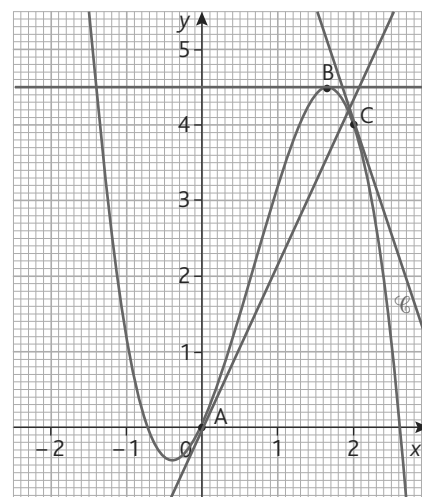
$\square \quad 2$

- 6 Soit la courbe ci-contre représentative d'une fonction f .
 Construire sur le graphique ci-contre les tangentes à la courbe passant par les points A, B et C sachant que les nombres dérivés en ces points sont :

$f'(0) =$

$f'(1,65) =$

$f'(2) =$



- 7 Compléter le tableau suivant en calculant les nombres dérivés à la calculatrice.

Fonction	$f(x) = x^2 + 2x + 4$	$f(x) = -\frac{2}{x}$	$f(x) = 3x + \sqrt{x}$	$f(x) = x^3 - 5$
x_A	-1	2	1	0,5
$f'(x_A)$				

- 8 La fonction f est définie sur l'intervalle $[1; 5]$ par $f(x) = \frac{-2}{x}$

1. Compléter le tableau de valeurs suivant en utilisant la calculatrice.

x	1	2	4	5
$f(x)$				

2 Afficher la courbe de la fonction f à la calculatrice.

3. En déduire les variations de la fonction f en complétant le tableau de variations suivant :

x		
$f(x)$		

Exercices & Problèmes

9 Une fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 50]$ par $f(x) = 0,1x^2 - 3x + 100$.

1. Déterminer la fonction dérivée f' .

$$f'(x) = 0,2x - 3$$

2. Résoudre $f'(x) = 0$.

$$0,2x - 3 = 0 \text{ soit } 0,2x = 3$$

$$\text{d'où } x = 15$$

3. Déterminer le minimum de la fonction f .

$$\text{Le minimum est } f(15) = 77,5$$

10 Associer par une flèche chaque fonction dérivée f' à la fonction f correspondante.

$$f'(x) = 4x$$



$$\square f(x) = x^2 + 4x - 3$$

$$f'(x) = \frac{-5}{x^2}$$



$$\square f(x) = 2x^2 + 6$$

$$\square f(x) = x^2 + 4x + 5$$

$$\square f(x) = \frac{5}{x} + 7$$

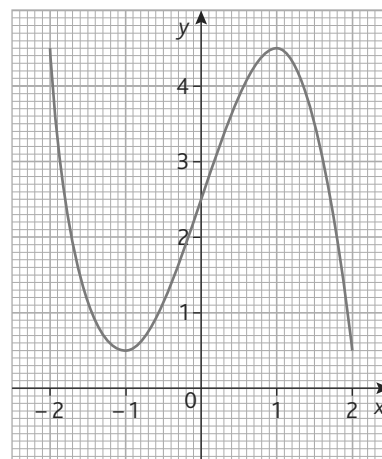
$$f'(x) = 2x + 4$$



$$\square f(x) = 2x^2 - 10$$

11 f est une fonction définie sur l'intervalle $[-2 ; 2]$, la courbe représentant f est la suivante : Compléter à partir de la représentation graphique de la fonction f le tableau de variations suivant :

x	-2	-1	1	2	
signe de $f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	4,5	0,5	4,5	0,5	



12 Exprimer les fonctions dérivées des fonctions suivantes définies sur l'intervalle $[1 ; 5]$.

Fonction f	$2x - 5$	$5x^2$	$\frac{20}{x}$	$-3x^2 + 5x + 2$	$4,5x^2 + 8$
Fonction dérivée f'	2	10x	$-\frac{20}{x^2}$	$-6x + 5$	9x